

# **Metody Sztucznej Inteligencji w Sterowaniu**

## **Ćwiczenie 4**

### **Logika rozmyta - wprowadzenie**

**Przygotował: mgr inż. Marcin Pelic  
Instytut Technologii Mechanicznej  
Politechnika Poznańska**

**Poznań, 2011**

## Logika rozmyta

Logika rozmyta jest działem matematyki pozwalającym na formalne zapisanie niepewności. Stanowi jedno z rozwiązań logiki wielowartościowej, w której pomiędzy pełną przynależnością oraz brakiem przynależności do danego zbioru istnieje również możliwość przynależności w pewnym stopniu. W rozumieniu logiki klasycznej przynależność elementu do zbioru należy zapisać następująco:

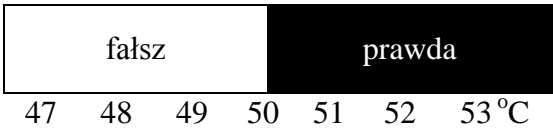
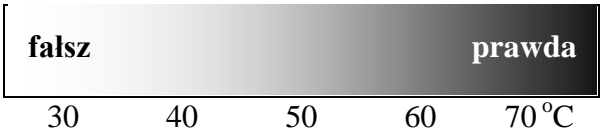
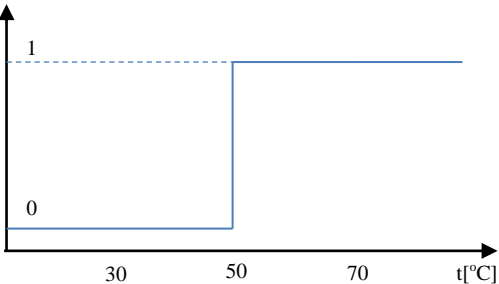
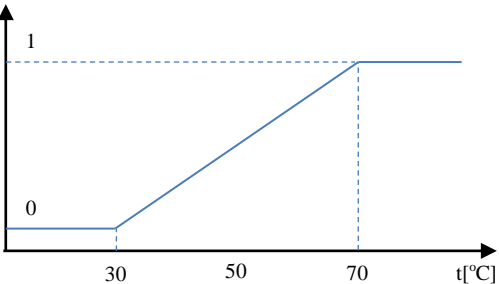
$$\mu(A) = \begin{cases} 1 & \text{jeżeli } x \in A \\ 0 & \text{jeżeli } x \notin A \end{cases}$$

Dla zapisu w rozumieniu logiki rozmytej każdy element może należeć do zbioru w stopniu innym niż 1 i 0.

$$\mu(A) = \begin{cases} 1; & \text{jeżeli spełnione jest kryterium przynależności} \\ n \in (0; 1); & \text{gdzie } n \text{ określa ne jest na podstawie kryterium} \\ 0; & \text{jeżeli nie jest spełnione kryterium przynależności} \end{cases}$$

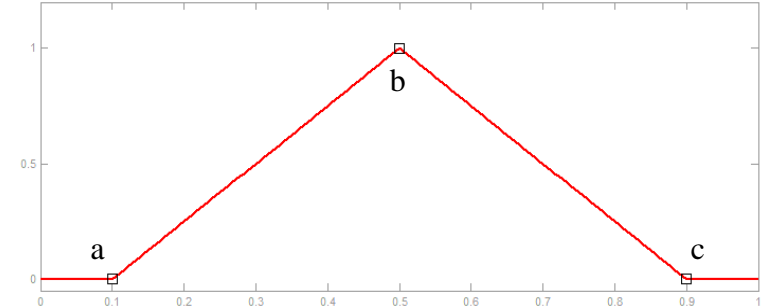
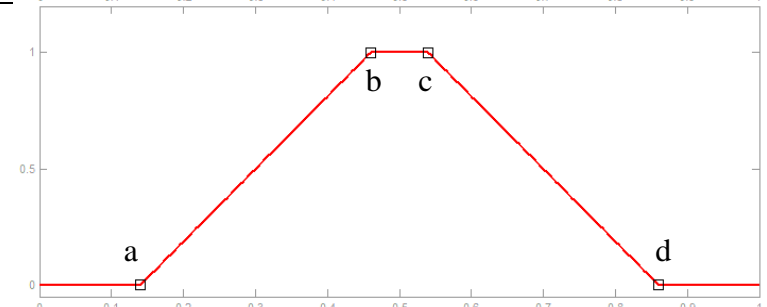
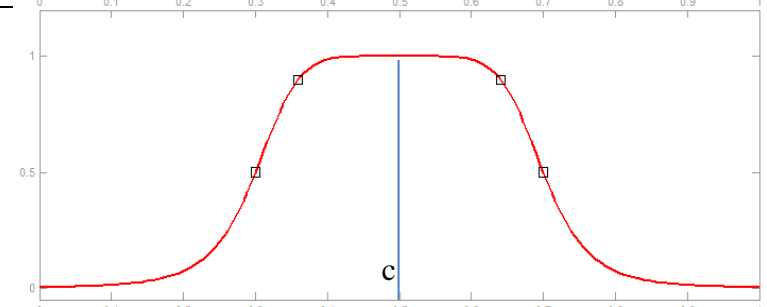
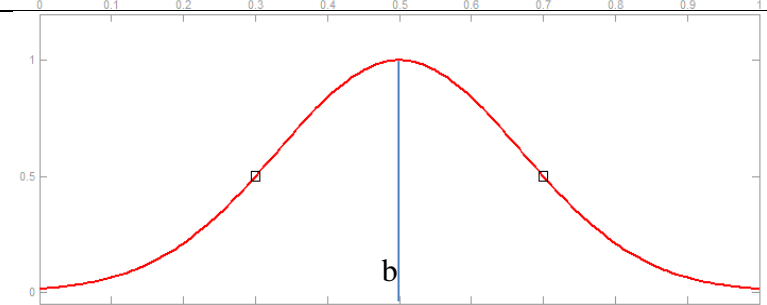
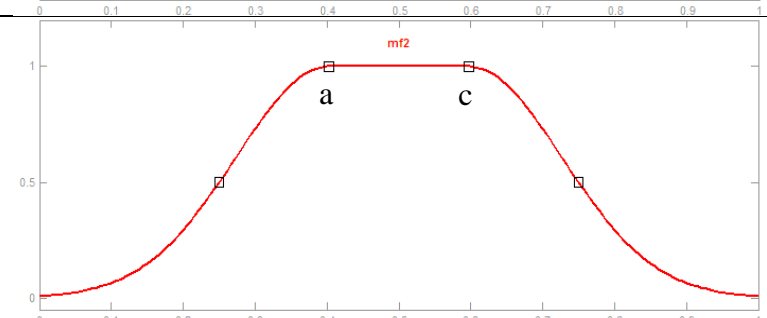
Przykładem może być opis temperatury wody w zbiorniku który został przedstawiony w tabeli 1.

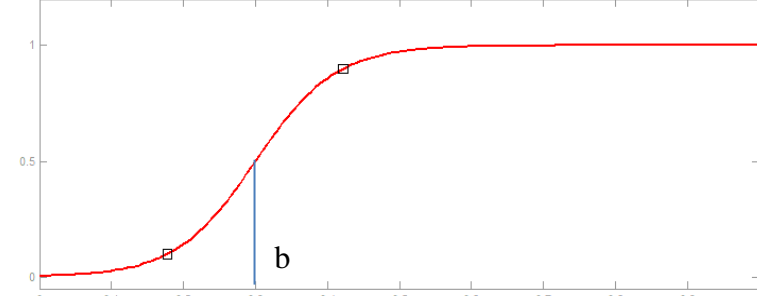
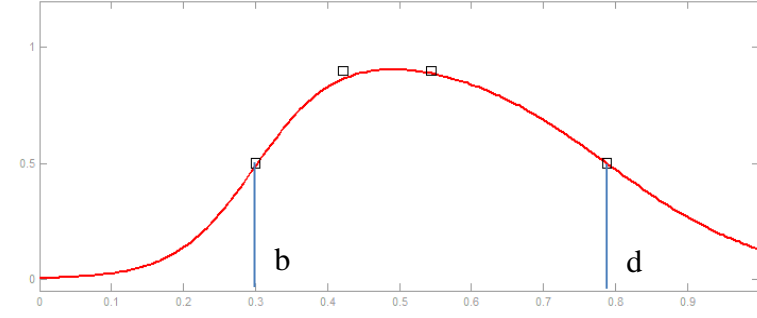
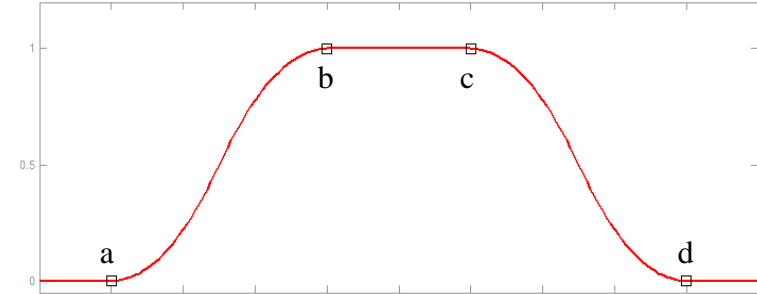
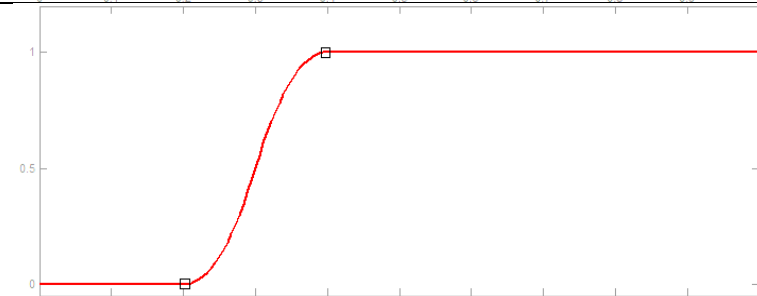
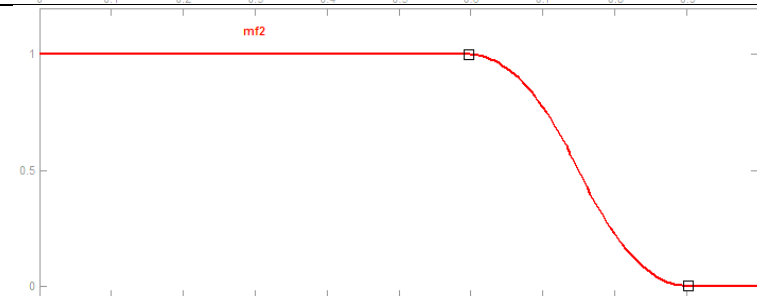
Tab. 1. Porównanie opisu temperatury wody w logice dwuwartościowej i logice rozmytej

Logika dwuwartościowa	Logika rozmyta
Woda jest gorąca gdy temperatura większa lub równa 50°C (czy 49,9°C nie jest gorąca, podczas gdy 50°C już jest?)	Dla 70°C woda jest w 100% gorąca, dla 50°C woda jest w 50% gorąca, dla 30°C woda jest w 0% gorąca.
$\mu(A) = \begin{cases} 1 & \text{jeżeli } t \geq 50^\circ C \\ 0 & \text{jeżeli } t < 50^\circ C \end{cases}$	$\mu(A) = \begin{cases} 1 & \text{jeżeli } t \geq 70^\circ C \\ 0,9 & \text{dla } t = 66^\circ C \\ 0,8 & \text{dla } t = 62^\circ C \\ \vdots & \\ 0,1 & \text{dla } t = 34^\circ C \\ 0 & \text{jeżeli } t < 30^\circ C \end{cases}$
	
	

Spełnienie przesłanki w logice rozmytej może być reprezentowane przez różne funkcje. Przykładowe funkcje rozmywające mające swoje odpowiedniki w dodatku Fuzzy Logic do programu Matlab zostały zaprezentowane w tabeli 2.

Tab. 2. Przykładowe funkcje przynależności wykorzystane w dodatku Fuzzy Logic do programu Matlab

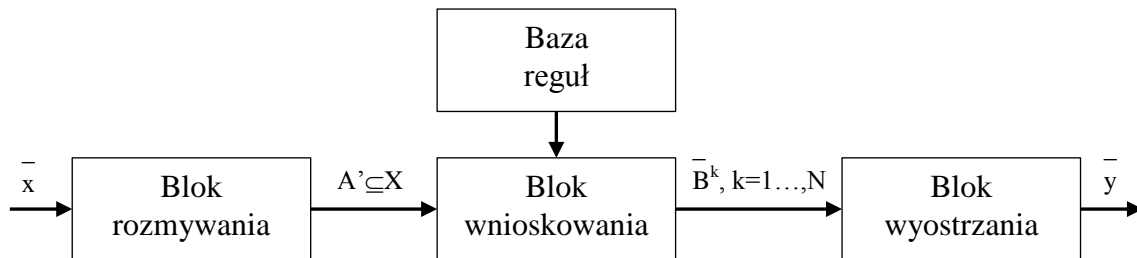
Graficzne przedstawienie funkcji	Opis funkcji
	<p>Funkcja <i>trójkątna</i>            Matlab: <code>trimf [a b c]</code>,            gdzie <math>a</math>, <math>b</math> i <math>c</math> to współrzędne punktów</p> <p>Przykład:  <code>[0 0.5 1]</code></p>
	<p>Funkcja <i>trapezowa</i>            Matlab: <code>trapmf [a b c d]</code>,            gdzie <math>a</math>, <math>b</math>, <math>c</math> i <math>d</math> to współrzędne punktów</p> <p>Przykład:  <code>[0.05 0.45 0.55 0.95]</code></p>
	<p>Funkcja <i>dzwonowa</i>            Matlab: <code>gbellmf [a b c]</code>,            gdzie <math>a</math> określa szerokość funkcji, <math>b</math> nachylenie ramion, <math>c</math> to współrzędna środka funkcji.</p> <p>Przykład:  <code>[0.25 3.278 0.5]</code></p>
	<p>Funkcja <i>gausa</i>            Matlab: <code>gaussmf [a b]</code>,            gdzie <math>a</math> określa nachylenie ramion funkcji, <math>b</math> to współrzędna środka funkcji.</p> <p>Przykład:  <code>[0.2123 0.5]</code></p>
	<p>Funkcja <i>modyfikowana gausa</i>            Matlab: <code>gauss2mf [a b c d]</code>,            gdzie <math>a</math> i <math>c</math> to współrzędne punktów, <math>b</math> i <math>d</math> określają nachylenie ramion funkcji.</p> <p>Przykład:  <code>[0.1295 0.4025 0.1295 0.5975]</code></p>

	<p>Funkcja <i>sigmoidalna</i>  Matlab: <i>sigmf [a b]</i>,  gdzie <i>a</i> określają nachylenie  ramienia funkcji, <i>b</i> środek  funkcji.</p> <p>Przykład:  [14.41 0.3]</p>
	<p>Funkcja <i>sigmoidalna różnicowa</i>,  <i>sigmoidalna iloczynowa</i>  Matlab: <i>dsigmf [a b c d]</i>, <i>psigmf</i>  [<i>a b c d</i>],  gdzie <i>a i c</i> określają nachylenie  lewego ramienia funkcji, <i>b i d</i>  środek funkcji.</p> <p>Przykład:  [14.41 0.25 7.205 0.8599]</p>
	<p>Funkcja <i>typu PI</i>  Matlab: <i>pimf [a b c d]</i>,  gdzie <i>a, b, c i d</i> współrzędne  punktów.</p> <p>Przykład:  [0.1 0.4 0.6 0.9]</p>
	<p>Funkcja <i>typu S</i>  Matlab: <i>pimf [a b]</i>,  gdzie <i>a i b</i> współrzędne  punktów.</p> <p>Przykład:  [0.2 0.4]</p>
	<p>Funkcja <i>typu Z</i>  Matlab: <i>pimf [a b]</i>,  gdzie <i>a i b</i> współrzędne  punktów.</p> <p>Przykład:  [0.6 0.9]</p>

Dokładny opis matematyczny oraz więcej informacji dostępnych na stronie:  
<http://www.mathworks.com/help/toolbox/fuzzy/dsigmf.html>

## Rozmyty system wnioskujący

W konwencjonalnym podejściu do sterowania procesami znajomość modelu pozwala na dobór właściwego regulatora. W tym samym zastosowaniu wykorzystanie teorii zbiorów rozmytych nie wymaga znajomości ich modeli. Podejście takie pozwala rozwiązywać problemy klasyfikacji bez znajomości gęstości prawdopodobieństwa poszczególnych klas. Sterowniki rozmyte są szczególnym przypadkiem rozmytych systemów wnioskujących bazujących na regułach typu JEŻELI...TO. Ogólny schemat rozmytego systemu wnioskującego został przedstawiony na rysunku 1.



Rys. 1 Rozmyty system wnioskujący

System wnioskujący składa się z następujących elementów:

- baza reguł,
- blok rozmywania,
- blok wnioskowania,
- blok wyostrzania.

Baza reguł – model lingwistyczny – stanowią zbiór rozmytych reguł w postaci (w zależności od łącznika strony poprzedzającej):

$$R^{(k)}: \text{JEŻELI } x_1 \text{ jest } A_1^k \text{ I } x_2 \text{ jest } A_2^k \text{ I } \dots \text{ I } x_n \text{ jest } A_n^k \text{ TO } y_1 \text{ jest } B_1^k \text{ I } y_2 \text{ jest } B_2^k \text{ I } \dots \text{ I } y_m \text{ jest } B_m^k$$

$$R^{(k)}: \text{JEŻELI } x_1 \text{ jest } A_1^k \text{ LUB } x_2 \text{ jest } A_2^k \text{ LUB } \dots \text{ LUB } x_n \text{ jest } A_n^k \text{ TO } y_1 \text{ jest } B_1^k \text{ I } y_2 \text{ jest } B_2^k \text{ I } \dots \text{ I } y_m \text{ jest } B_m^k$$

gdzie: N to liczba rozmytych reguł,

$A_i^k$  – zbiory rozmyte  $A_i^k \subseteq X_i \subset \mathbf{R}$ ,  $i=1, \dots, n$

$B_j^k$  – zbiory rozmyte  $B_j^k \subseteq X_j \subset \mathbf{R}$ ,  $j=1, \dots, m$

$x_1, x_2, \dots, x_n$  – zmienne wejściowe modelu lingwistycznego

$y_1, y_2, \dots, y_m$  – zmienne wyjściowe modelu lingwistycznego

Poszczególne reguły w bazie reguł powiązanie są ze sobą za pomocą operatora logicznego „lub”. Przy projektowaniu bazy reguł należy zwrócić szczególną uwagę czy reguły nie są ze sobą sprzeczne, czy zachodzą interakcje między poszczególnymi regułami oraz czy ich liczba jest wystarczająca.

Blok rozmywania pozwala systemowi na operowanie na zbiorach rozmytych. Konkretna wartość sygnału wejściowego jest poddawana operacji rozmywania, w wyniku której zostaje odwzorowana w zbiór rozmyty. Zbiór ten jest wejściem do bloku wnioskowania.

Blok wnioskowania określa rozmyty zbiór wyjściowy na podstawie przyjętych reguł wnioskowania, oraz przyjętych norm.

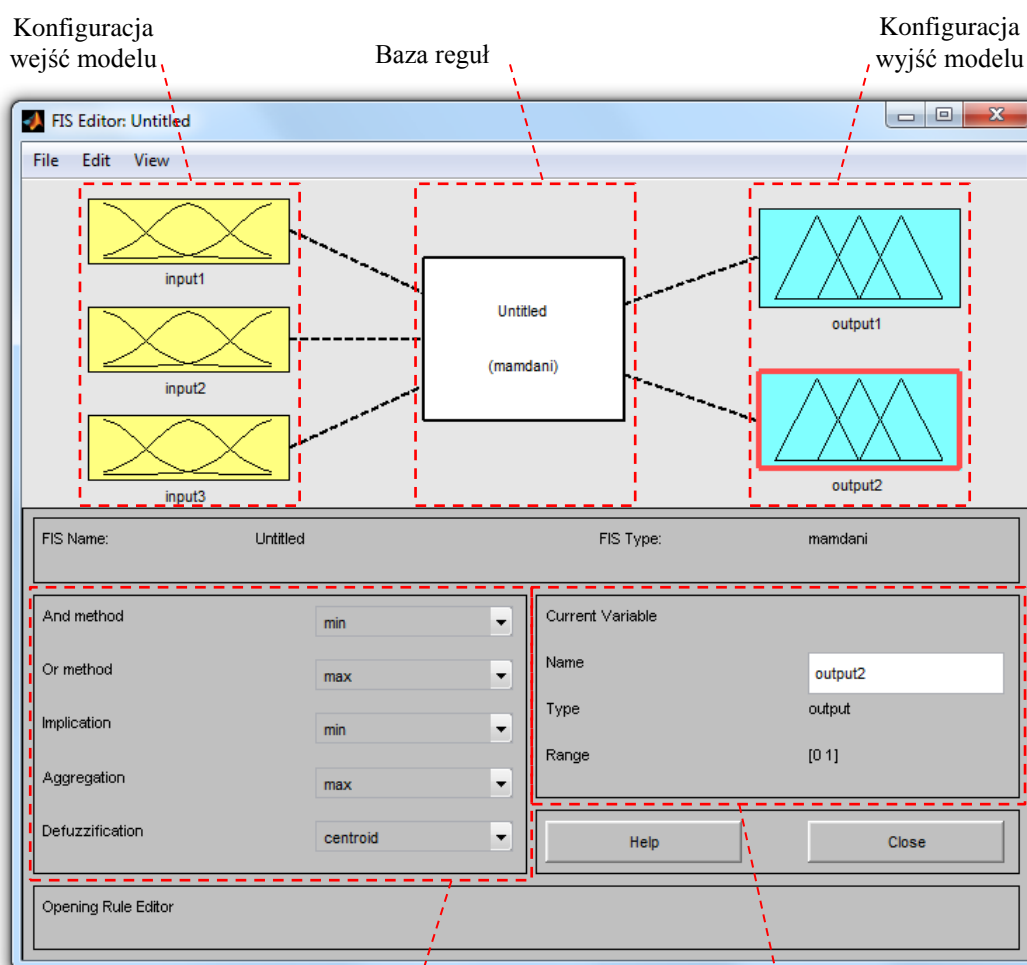
Blok wyostrzania odwzorowuje wyjściowy zbiór rozmyty w jedną wartość, która jest sygnałem sterującym do obiektu. Wielkość sygnału wyjściowego można obliczyć następującymi metodami:

- center of average
- center of sums
- center of gravity (środek ciężkości)
- maksimum funkcji przynależności

## Edytor rozmytego systemu wnioskującego w programie Matlab

Aby wywołać edytor rozmytego systemu wnioskującego należy w oknie Matlab'a wpisać polecenie *fuzzy*. Po wpisaniu polecenia ukazuje się okno edytora (rysunek 2) składające się z 5 części:

- Konfiguracja wejść modelu,
- Baza reguł
- Konfiguracja wyjść modelu
- Wybór metod
- Opis aktywnego wejścia / wyjścia



Wybór norm, reguł wnioskowania oraz metody wyostrzania

Opis aktywnego wejścia / wyjścia

Rys. 2. Okno edytora rozmytego systemu wnioskującego w systemie Matlab

Dodanie nowego wejścia / wyjścia:

**menu Edit->Add Variable ->Input/Output**

Usunięcie zaznaczonego wejścia / wyjścia:

**menu Edit->Remove Selected Variable, (Ctrl+X)**

Zapis systemu do przestrzeni Matlab'a / na dysk:

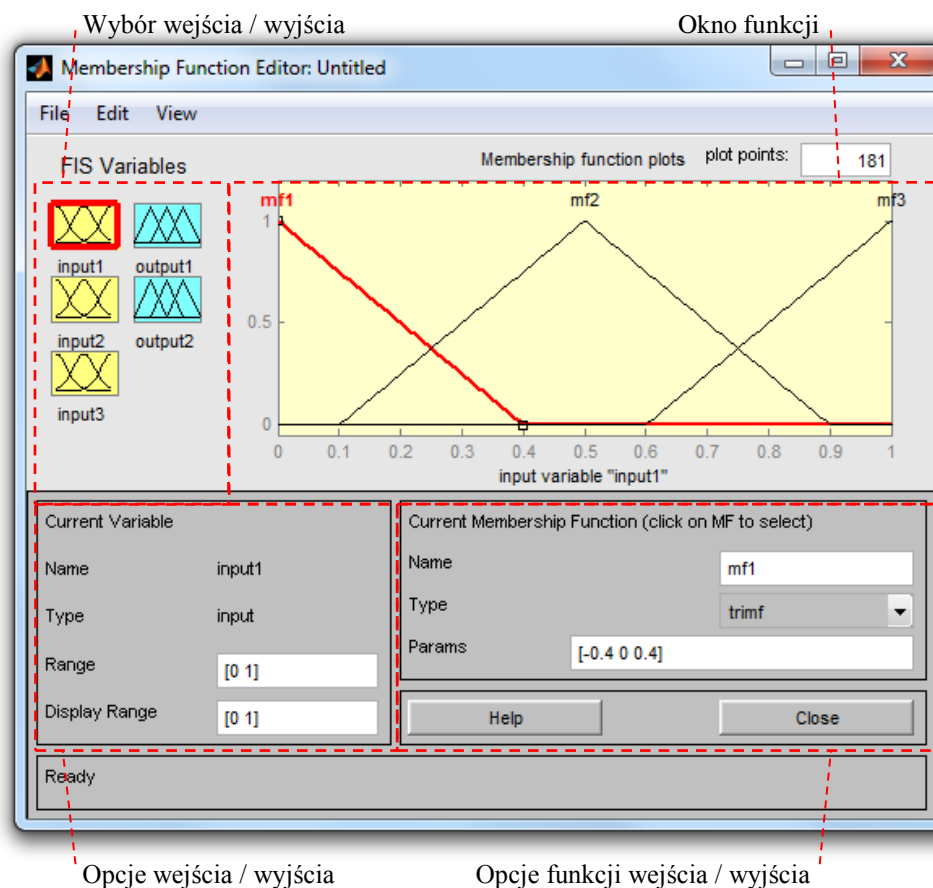
**menu File->Export->To Workspace /To File, (Ctrl+T) / (Ctrl+S)**

Wczytanie zapisanego systemu z przestrzeni Matlab'a / z dysku:

**menu File->Import->From Workspace /From File, --- / (Ctrl+S)**

### Konfiguracja wejść / wyjść modelu

Poprzez dwukrotne naciśnięcie kursorem myszy na obszarze „Konfiguracja wejść modelu” lub „Konfiguracja wyjść modelu”, wybraniu opcji „**Membership function**” z menu **Edit** (Ctrl+2), użytkownik otwiera okno Edytora funkcji przynależności. Wygląd okna przedstawiono na rysunku 3.



Rys. 3. Edytor funkcji przynależności w programie Matlab

Opis najważniejszych części okna:

#### Opcje wejścia / wyjścia

*Range* – zakres danych wejściowych dla wejścia / wyjścia

*Display Range* – zakres wyświetlany w oknie wykresów

#### Opcje funkcji wejścia / wyjścia

*Name* – Nazwa lingwistyczna funkcji np. „zimno”, „wysoki”, „długi czas”

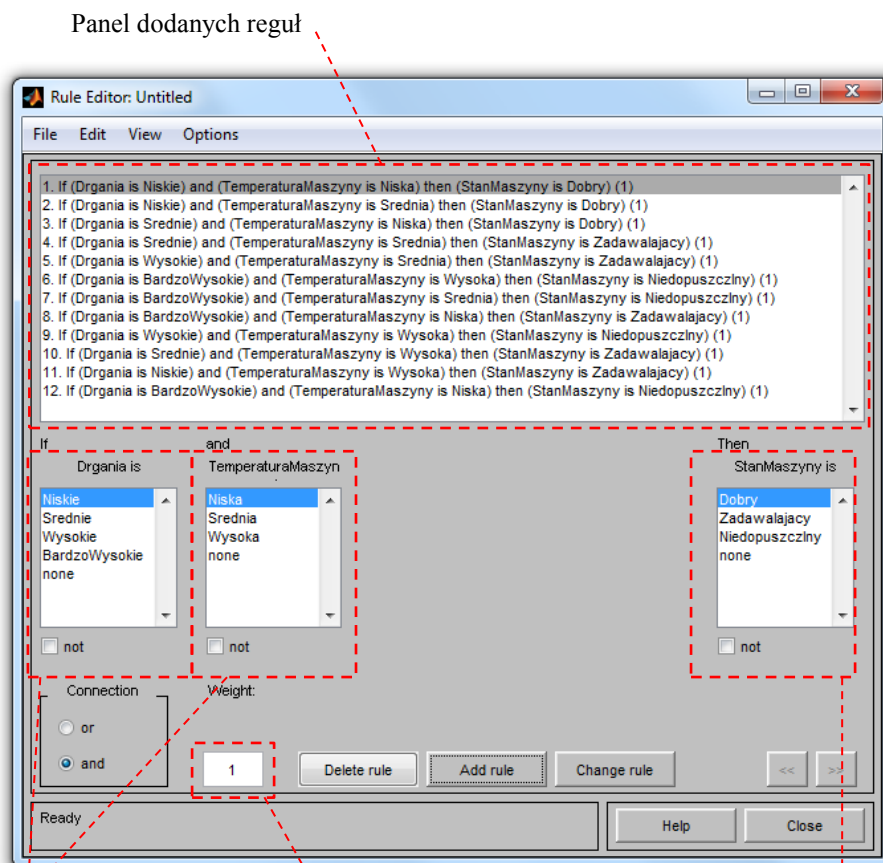
Type – typ funkcji

Params – parametry funkcji

Prócz zmiany parametrów funkcji numerycznie – poprzez wpisanie odpowiednich wartości w „**Input Params**”, można funkcje również zmieniać „ręcznie” poprzez złapanie krzywej bądź punktu krzywej kursorem i przesunięcie jej z naciśniętym lewym przyciskiem myszy.

## Baza reguł modelu

Po dwukrotnym naciśnięciu na obszar bazy reguł w głównym edytorze rozmytego systemu wnioskującego lub po wybraniu opcji „**Rules**” z menu **Edit** (Ctrl+3) pokazuje się okno przedstawione na rysunku 4. Okno składa się z panelu dodanych reguł, gdzie znajdują się dodane reguły oraz części w której można dodać, zmodyfikować oraz usunąć zaznaczoną regułę.



Panel dodanych reguł

Wybór wartości wejść

Waga reguły

Wybór wartości wyjść

Rys. 4. Widok okna edycji bazy reguł dodatku Fuzzy Logic do programu Matlab

Opis najważniejszych części okna:

**Connection** – łącznik pomiędzy kolejnymi wyrazami reguły (*and* – iloczyn rozmyty, *or* – suma rozmyta)

**Delete rule** – usuń zaznaczoną regułę

**Add rule** – dodaj regułę

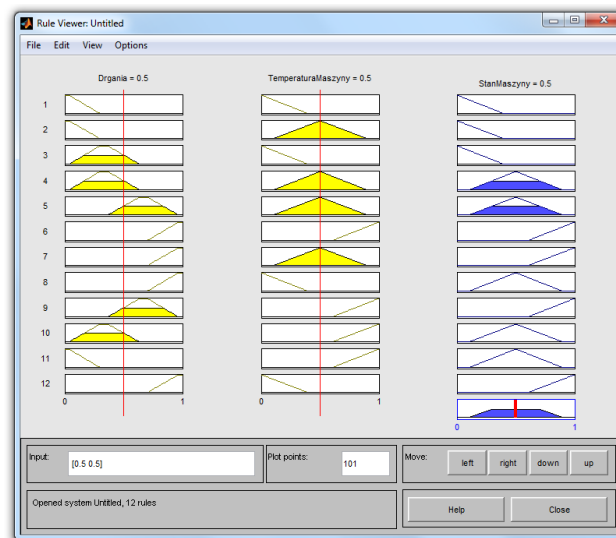
**Change rule** – zmień zaznaczoną regułę



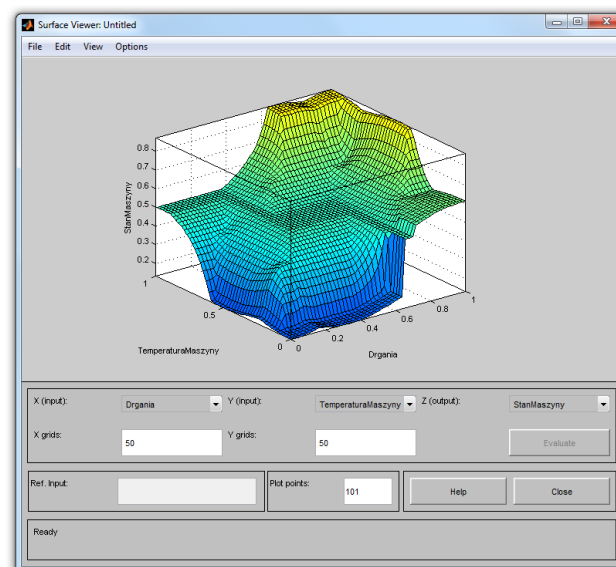
## Reprezentacja wyników

Ustawienie systemu może zostać skontrolowane w dwojaki sposób:

- Zmiany nastaw wejść (numerycznie poprzez wpisanie wartości wejść w polu „**Input**” lub poprzez przesuwanie czerwonych linii pod wykresami reprezentującymi wejścia) i obserwowanie wyjścia oraz spełnienia przesłanek w regułach w oknie Rule Viewer wywoływanym z menu „**View**” poprzez wybór opcji „**Rules**” (Ctrl+5). Wygląd okna został przedstawiony na rysunku 5.
- Sprawdzenie krzywej lub powierzchni powstałej w wyniku symulacji wyjścia systemu dla odpowiednich wartości jego wejść. Okno „Surface Viewer” otwierane jest poprzez wywołanie z menu „**View**” opcji „**Surface**” (Ctrl+6). Wygląd okna został przedstawiony na rysunku 6.



Rys. 5. Widok okna testowania działania modelu w dodatku Fuzzy Logic do programu Matlab



Rys. 6. Widok okna wynikowej powierzchni sterowania w dodatku Fuzzy Logic do programu Matlab